Inspectoratul Şcolar al Judeţului Satu Mare

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ - faza locală
23 ianuarie 2010
Clasa a-VIII-a

I. a) Să se arate că $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}+1} \notin Q$

b) Să se arate că $\left(\dfrac{\sqrt{26}+1}{5}\right)^{2010} + \left(\dfrac{\sqrt{26}-1}{5}\right)^{2010} > 2$

(prof.Baciu Nicolae – Inspector şcolar de specialitate I.S.J., Satu Mare)

II. Fie $a,b,c \in R_{+}^{*}$ astfel încât $a+b+c=1$. Arătaţi că

(2p) a) $1+\dfrac{a+b}{2} \geq 2\sqrt{\dfrac{a+b}{2}}$

(5p) b) $a\sqrt{\dfrac{b+c}{2}} + b\sqrt{\dfrac{c+a}{2}} + c\sqrt{\dfrac{a+b}{2}} \leq \dfrac{3}{4}$

(prof. Bud Adrian -Liceul Teoretic Negreşti Oaş)

III. Pe planul rombului ABCD cu $m(\sphericalangle A) = 60^{\circ}$ şi AB = 2 cm se ridică în A o perpendiculară pe care se ia un punct P astfel încât AP = 3 cm. Dacă M este un punct variabil pe segmentul (PC), se cere:

a) măsura unghiului format de planele (PBD) şi (ABC)
b) măsura unghiului format de dreptele AM şi BD
c) aria minimă a triunghiului MBD

(prof.Culic Camelia – Şc. cu cls. I-VIII L.Blaga, Satu Mare)

IV. (7p) Segmentele [AB] şi [CD] sunt situate pe drepte necoplanare, M este mijlocul segmentului [AB], iar N∈ [CD] astfel încât CN = 3ND. Notăm cu X, Y, Z, T punctele X∈ [CM] cu 3MX = XC, Y∈ [AN] cu AN = 2AY, Z∈ [MD] cu MZ = 3ZD, T∈ [BN] cu BN = 2BT. Justificaţi coplanaritatea punctelor X, Y, Z şi T.

(Prof. Braica Petru, Şc, Gr. Moisil Satu Mare)

Notă: Timp de lucru 3 ore
Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.